

立体骨組構造解析結果のブロック検算シート

(Check Sheet of 3D Framed Structural Analysis)

SGST 正会員 安藤 浩吉

まえがき

複雑な立体骨組構造の解析結果が得られているとき、その結果の妥当性を確認するため、構造をいくつかに分けて容易にかつ機械的に検証できる一手法を提案する。さらに、これらをインターネットを利用して構造技術者に直接提供するものである。

本稿は検算表の利用法を主体に考え、まず語句の定義、仮定および検算表の使用法を述べ、つづいて検算表の使用例、最後に検算に用いた理論式を述べる。本文、および図は Word、検算表（計算式付き）は Excel を使用している。ダウンロードされた検算表は個人のコンピュータの中で修正追加も含め実際に使用することができる。

関連ファイル名	「ブロック検算シート本文」	Word
	「ブロック検算シート付図」	Word
	「ブロック検算シート付表」	Excel
	「ブロック検算シート」	Excel

1 検算の考え方

節点間で断面が一様な直線部材で構成された検算対象構造の解析結果があるとき、そこから図—2～図—4 の小骨組を抽出し、（各節点に複数部材が結合されていてもそれらが存在しないと考える）小骨組内の解析結果としての断面力と変位の関係を還元定理を利用して計算し、矛盾がないことを検算表（以下検算シートという）を使って確認する。この場合、小骨組（以下ブロックという）は立体静定構造とすることができるので、検算のための関係式は若干の条件を設定することによってブロックごとに公式化することができる。ここでは、ブロック内のすべてにおいて検算に用いる変位が最も実用的に使用される Z 方向（垂直方向）で、かつ部材座標軸 b が Z 軸を含む面と平行である場合を標準とし、他の場合（回転変位も含む）は標準を修正することで対応する。また、ブロックが図—2～図—4 よりも単純な図—8～図—10 としなければならない場合もある。この場合は解析結果として回転変位なども必要になり、検算の区間が狭くなるので効率は低下するが、これを追加することによりすべての立体構造で適用できない区間はなくなる。

なお、この検算法は検算対象構造の全体に対して、つり合いおよび適合条件を満足した局所的な検算（抜取り検算）となるので、抜取り率を上げるか、または検算対象構造の技術的重要度を考慮したブロックの選定をすることが実用的である。

2 検算対象構造およびブロックの定義

節点 i 、または部材 i を代表して記述するものは i 以外も i と同じ意味をもつ。また、後

述の部材軸 **b** は Z 軸に平行な面を基準とした方向にある場合を標準とする。

2.1 節点名 (番号)、および座標

1) ブロックの節点名: i, j, k, n の 4 点以下とし、2 点間の関係を先に決めた方が先 (左) にくる。

2) ブロックの節点名の順序: 図-2 は i, j, k, n の順序を固定、図-3 は分岐点のみ j に固定する

3) ブロックの部材名: 図-2~図-4 に示すように節点名 (番号) との関係固定する。両端の節点名が i, j の部材を部材 i (トラスブロックは部材 ij) とする

4) 全体座標系: 図-1 の右手座標系とし、節点 i の座標を (X_i, Y_i, Z_i) とする

5) 部材座標系: 図-1 の右手座標系とし、節点 $i \sim j$ にそって a 軸を、軸の傾きがない場合 a Z 面内に a 軸に直角に b 軸を、さらに、 a, b 軸に直角に c 軸をとる (図-5)

2.2 部材 i (トラスブロックは部材 ij) の部材長および投影長

1) L_i (L_{ij}): 部材長

2) L_{ixy} : XY 平面の投影長

3) L_{ixz} : XZ 平面の投影長

4) L_{iyz} : YZ 平面の投影長

2.3 部材 i (トラスブロックは部材 ij) の剛性と断面性能

各部材は直線で構成され部材ごとに剛性および断面性能は一定とする

1) E_i, E_{ij} : 弾性係数

2) G_i : せん断弾性係数

3) A_i, A_{ij} : 断面積

4) I_{bi} : 部材座標軸 b に関する断面 2 次モーメント (図-5)

5) I_{ci} : 部材座標軸 c に関する断面 2 次モーメント (図-5)

6) J_i : ねじり抵抗モーメント (St.Venant のねじり定数)

2.4 検算対象構造の節点 i の変位および部材 i (トラスは部材 ij) の断面力

1) $\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}$: 全体座標系 X, Y, Z 方向の変位 (全体座標系の軸方向を正)

2) $\phi_{xi}, \phi_{yi}, \phi_{zi}$: 全体座標系 X, Y, Z 軸まわりの回転変位 (全体座標系の右まわりを正)

1) N_i, N_{ij} : 軸力 (引張りを正) ただし、部材に満載等分布荷重が作用している場合は

部材端の値の平均値

2) T_i : ねじりモーメント ($i \sim j$ をみて左まわり正)

3) M_{bij} : i 端の j 端側の b 軸に関する曲げモーメント (図-5 点線側引張りを正)

4) M_{cij} : i 端の j 端側の c 軸に関する曲げモーメント (図-5 点線側引張りを正) 橋

梁の設計などではほぼ水平にあるはりの下フランジ側が引張りとなる場合の実用的な定義と一致させる

2.5 ブロックの節点 i の仮想荷重および部材 i (トラスは部材 ij) の断面力

- 1) P_{zi}, P_{xi}, P_{yi} : Z方向、X方向、Y方向の仮想荷重（全体座標系の軸方向を正）
- 2) m_{zi}, m_{xi}, m_{yi} : Z軸まわり、X軸まわり、Y軸まわりの仮想モーメント荷重（全体座

標系の右まわりを正）

- 3) N_{0i}, N_{0ij} : 軸力（引張りを正）
- 4) T_{0i} : ねじりモーメント（i～jをみて左まわり正）
- 5) M_{0bij} : i端のj端側のb軸に関する曲げモーメント（**図—5**点線側引張りを正）
- 6) M_{0cij} : i端のj端側のc軸に関する曲げモーメント（**図—5**点線側引張りを正）

2.6 部材iの部材座標軸bの傾きを考慮する項目

- 1) θ_i : 部材座標軸bを含むa b平面と絶対座標軸Zを含むa Z平面の傾き（節点i, jの部材軸a方向にみたとき左まわり正）（**図—7**）

- 1) M'_{0bij} : 傾きを考慮したb軸に関する曲げモーメント（**図—7**点線側引張りを正）

- 2) M'_{0cij} : 傾きを考慮したc軸に関する曲げモーメント（**図—7**点線側引張りを正）

3) f'_{Mbi} : 傾きを考慮した等分布荷重による部材中央点のb軸に関する曲げモーメントの増分（**図—7**点線側引張りを正）

4) f'_{Mci} : 傾きを考慮した等分布荷重による部材中央点のc軸に関する曲げモーメントの増分（**図—7**点線側引張りを正）

2.7 部材iに直接載荷される荷重（トラスブロックは除く）と断面力の増分

1) W_{ix}, W_{iy}, W_{iz} : 全体座標系X, Y, Z方向の満載等分布荷重（全体座標系の軸方向を正）

2) f_{Mbi} : 等分布荷重による部材中央点のb軸に関する曲げモーメントの増分（**図—5**点線側引張りを正）

3) f_{Mci} : 等分布荷重による部材中央点のc軸に関する曲げモーメントの増分（**図—5**点線側引張りを正）

2.8 部材i（トラスはij）の温度荷重に関する緒元（部材ごとに一定）（**図—6**）

- 1) α_i, α_{ij} : 線膨張係数

- 2) t_i, t_{ij} : 基準からの一様上昇温度（上昇を正）

- 3) $\Delta t_{ib}, (\Delta t_{ic})$: 部材座標軸b（c）方向の温度変化（引張り側上昇を正）

- 4) $h_{ib}, (h_{ic})$: 部材座標軸b（c）方向の桁高

3 検算シートの作成と使用

3.1 シートの使用区分

検算シートをより使いやすくするため次のようにシートの使用区分を行なう。

標準シート:最も実用的で検算対象構造のブロック内の断面力の分布が節点間で直線で断面軸bの傾きがなく、温度荷重もない場合（影響線を多角折線として構造解析された場合など）。

特殊シート:断面軸bの傾き、温度荷重および節点間に荷重がある場合（入力データを0

とすれば標準シートと一致する)。

3.2 ブロックの適用区分

検算対象構造のブロック内の部材が原則として次の断面力を連続的に伝える部材で構成された構造に対して適用する。()はなくてもよい。

立体連続ブロック：軸力部材、曲げ部材、ねじり部材で構成されたブロック

立体分岐ブロック：軸力部材、曲げ部材、(ねじり部材)で構成されたブロック

立体トラスブロック：軸力部材、(曲げ部材)、(ねじり部材)で構成されたブロック

3.3 検算シートの作成

検算シートは表-1に示す区分ごとに独立して作ることができる。ここでは検算に用いる変位の種類とブロックの形状(図-2~4および図-8~10)の関係から検算シートに記号をつける。これらのうち、Z方向の変位(ブロック内の曲げ部材はすべて断面軸bがZ方向基準)で検算できる検算シートを5の計算式を用いて、ファイル名「ブロック検算シート」Excel95(式付き)によってまとめている。実際の検算については検算シートをコピーし直接使用することができる。なお、Z方向以外の変位を用いる場合の検算シートは、Z方向の場合の検算シートからExcelの機能を利用して容易に変換できるのでその一例を4のべる。

3.4 検算シートの一般的使用法

検算シートの入力データのうち変位と断面力は検算対象構造の解析結果として出力されたデータを直接(符号は本稿の定義による)用いてもよいが、その他のデータは用いないほうがよい。これは検算対象構造の解析時の種々のミスも検算の対象となるからである。とくに、形状が任意である検算対象構造の解析時には多くのコンピュータソフトが利用されるが入出力データの定義などにそれぞれ差異があり、構造技術者が実用的な設計データとしての確認にも検算シートを利用することができる。

図-11は本稿のブロックの定義に従った部材の曲げモーメント(Mb)の符合をわかりやすくまとめたものである。すなわち、一部材を節点iからj方向に見たとき節点の位置(座標)関係と断面軸bの方向によって引張り側が変化する。したがって断面軸c方向の温度分布の符合も変化する。

4 検算シートの使用例

4.1 検算シートの変換

「ブロック検算シート」には断面軸bの傾きがZ方向を基準としたZ方向変位の検算シートが用意されている。表-1に示される他の条件の場合に変換するには、式の上では立体座標を90度回転させることによって1の定義も修正すればよい。表-2は基準となるZ方向変位の検算シートから他のシートに変換する場合の記号や見出しの対比を示すものであり矢印のように修正すればよい。式の修正はExcelの機能を利用して容易に変換できるのでその一例をのべる。

表-3は比較的複雑なC4ZsからC4Xs（C4Ys）に変換する場合の操作のフローを示したものである。「ブロック検算シート」にあるC4XおよびC4XsはC4ZおよびC4Zsから実際に表-3によって作成した検算シートである。

4.2 検算例1

図-12は立体骨組構造で解析結果が得られている構造の一部分である。検算の例を示すため、実用的ではない数値や条件が設定されている。表-4は解析時に使われた図-12の部分のみの入力データ、表-5および表-6は解析結果の一部を本稿の定義にしたがって表示した変位と断面力の数値である。とくに誤りやすい断面軸の傾きと曲げモーメントの符号の定義については図-13および図-14に示した。

以下に検算が重複となる場合が多いが、ここでは「ブロック検算シート」で作成されているできるだけ多くの使用例（「ブロック検算シート」参照）を述べる。

1) C4Zの使用

検算シートの節点*i-j-k-n*に検算対象構造の節点305-306-406-407（部材⑤-⑫-⑨）を対応させる。このブロックは断面軸*b*の傾き、節点間の荷重がないので標準検算シートが使用できる。

2) C4Zsの使用

検算シートの節点*i-j-k-n*に検算対象構造の節点305-306-307-308（部材⑤-⑥-⑦）を対応させる。このブロックは断面軸*b*の傾き、節点間の荷重があるので特殊検算シートを使用する。なお、節点間に荷重がある場合の検算対象構造軸力は部材端の平均値を用いなければならない。

3) C4Xsの使用

検算シートの節点*i-j-k-n*に検算対象構造の節点104-105-106-305（部材①-②-③）を対応させる。部材①-②はX軸を基準とした断面軸*b*の傾き（定義により*i*から*j*を見て左回転を正としているのでここでは負）があるので、X変位による特殊検算シートを使用する。なお、部材①-②が直線上にあるので仮想系の部材③は仮想系の部材力0（ダミー）となり部材③の解析結果の断面力はどんな値であってもよい。ここでは0（空白）とした。

一般に検算シートで計算される変位係数や仮想系の部材力が0となる場合はそれに対応する解析結果の値はどんな値であってもよい。

4) B4Zの使用

検算シートの節点*i-j-k, n*に検算対象構造の節点405-406-407、306（部材⑧-⑨、⑫）を対応させる。このブロックは断面軸*b*の傾き、節点間の荷重がないので標準検算シートが使用できる。

5) B4Zsの使用

検算シートの節点*i-j-k, n*に検算対象構造の節点306-307-308、407（部材⑥-⑦、⑬）を対応させる。このブロックは断面軸*b*の傾き、節点間の荷重があるので特殊検算シートを使用する。

6) C 3 Z の使用

検算シートの節点 i - j - k に検算対象構造の節点 305-106-405 (部材③-④) を対応させる。このブロックは断面軸 b の傾き、節点間の荷重がないので標準検算シートが使用できる。ただし、部材③の両端の節点番号の対応が検算対象構造の表示と逆になっているので定義により b 軸まわりの曲げモーメントの符号を変えなければならない。

7) C 3 Z s の使用

検算シートの節点 i - j - k に検算対象構造の節点 306-307-308 (部材⑥-⑦) を対応させる。このブロックは断面軸 b の傾き、節点間の荷重があるので特殊検算シートを使用する。

8) C 2 Z の使用

検算シートの節点 i - j に検算対象構造の節点 305-306 (部材⑤) を対応させる。このブロックは断面軸 b の傾き、節点間の荷重がないので標準検算シートが使用できる。

9) C 2 Z s の使用

検算シートの節点 i - j に検算対象構造の節点 306-307 (部材⑥) を対応させる。このブロックは断面軸 b の傾き、節点間の荷重があるので特殊検算シートを使用する。

4.3 検算例 2

図-15 はある立体構造において解析結果が得られている立体トラス構造の一部分である。表-7 は解析時に使われた 図-15 の部分の入力データ、表-8 は解析結果の一部を本稿の定義にしたがって表示した変位と断面力の数値である。

1) T 4 Z s の使用

検算シートの節点 i, j, k, n に検算対象構造の節点 101,102,103,104 を対応させる。なお、トラスブロックでは対応する節点の順序をどのように変えても検算式は成立つ。たとえば、節点 101 と 102 を交換する場合である。また、骨組がトラス状であれば剛結構造に対しても適用できる。

2) T 2 Z s の使用

検算シートの節点 i, j に検算対象構造の節点 101,102 を対応させる。一般に骨組がトラス状になっていない構造に対して適用する。

5 還元定理の一般式

任意の立体骨組構造において還元定理による変位と断面力の関係は次式である。

$$\begin{aligned} \sum P_0 \delta = & \int \frac{NN_0}{EA} ds + \int \frac{TT_0}{GJ} ds + \int \frac{M_b M_{0b}}{EI_b} ds + \int \frac{M_c M_{0c}}{EI_c} ds \\ & + \int \alpha N_0 t ds + \int \frac{\alpha M_{0b} \Delta t_c}{h_c} ds + \int \frac{\alpha M_{0c} \Delta t_b}{h_b} ds \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、左辺は仮想荷重と立体骨組構造に生じている変位の積の総和である。

P_0 : 静定基本構造のある節点に作用する仮想集中荷重 (仮想集中モーメント荷重)

δ : P_0 作用位置における立体骨組構造の P_0 作用方向の変位 (回転変位)

右辺は立体骨組構造に生じている断面力と仮想荷重群によって生じる静定基本構造の断面力の線積分である（せん断力による変形は無視）。なお、仮想荷重群を $P_0 = 1$ の1つだけとした場合仮想仕事法による変位の計算と一致する。

第1、2項：断面の2軸方向の曲げモーメントによる変位

第3項：軸力による変位

第4項：ねじりモーメントによる変位

第5、6項：断面の2軸方向の温度分布による変位

第4項：一様な温度上昇による変位

5.1 還元定理を利用した4節点ブロックの検算式

一般式(1)は応力法的一种であり、構造の形状などを固定することによって計算式を公式化することができる。いま、節点間で断面が一様な直線部材で構成された検算対象構造がありその解析結果が得られているとき、そこから、静定構造部分(ブロック)を選び出し、ブロック内でつり合う仮想集中荷重群を考える。この設定により、仮想系全体の断面力はブロック内だけに発生しブロックの外には発生しない。すなわち、式(1)はブロック内だけの数値で計算できる。

2の定義および実用的なZ方向のみの荷重群でつり合うブロックを考えた場合、立体構造で最も単純な構造は4節点3部材(トラスでは6部材)の図-2~図-4のブロックである。これについて一般式(1)を書直す。

一般に検算対象構造の解析結果が正しいとき(入力および出力の取扱いも含む)、ブロックに対して次の関係式が成立つ。

$$\sum \delta_z = \delta_{z\text{tot}} \quad \text{または} \quad \frac{\delta_{z\text{tot}}}{\sum \delta_z} = 1 \quad (2)$$

$$\sum \delta_z = \delta_{zi} P_{zi} + \delta_{zj} P_{zj} + \delta_{zk} P_{zk} + \delta_{zn} P_{zn} \quad (3)$$

① 最も実用的な場合で、検算対象構造のブロック内の断面軸bがZ軸と平行で節点間に荷重がなく、かつ温度荷重もない場合

$$\delta_{z\text{tot}} = \sum_{i=1}^k (\delta_{Ni} + \delta_{Ti} + \delta_{Mbi} + \delta_{Mci}) \quad (4.1)$$

② 検算対象構造のブロック内の断面軸bがZ軸と平行でなく、節点間に満載等分布荷重があり、かつ、温度荷重がある場合

$$\delta_{z\text{tot}} = \sum_{i=1}^k (\delta_{Ni} + \delta_{Ti} + \delta_{M'bi} + \delta_{M'ci} + \delta_{f'Mbi} + \delta_{f'Mci} + \delta_{\Delta Mii} + \delta_{\Delta Mci}) \quad (4.2)$$

ここに

$\sum \delta_z$: 検算対象構造の変位から計算するブロックの検算変位置量、式(1)左辺

$\delta_{z\text{tot}}$: 検算対象構造の断面力から計算するブロックの検算変位置量、式(1)右辺で2の定義から線積分の形はなくなり、ブロックに含まれる部材ごとに計算し集計すればよい。式(4.1)、(4.2)に必要な各部材の断面力から計算される検算変位置量に関する式を次に示す。

5.1.1 部材 i (節点 j ~ k 間) について

軸力によるもの

$$\delta_{N_i} = \frac{L_i}{E_i A_i} N_i N_{0i} \quad (5.1)$$

ねじりモーメントによるもの

$$\delta_{T_i} = \frac{L_i}{G_i J_i} T_i T_{0i} \quad (5.2)$$

b 軸回りの曲げモーメントによるもの

$$\delta_{M_{bi}} = \frac{L_i}{6E_i I_{bi}} \{M_{bij}(2M_{0bij} + M_{0bji}) + M_{bji}(M_{0bij} + 2M_{0bji})\} \quad (5.3.1)$$

c 軸回りの曲げモーメントによるもの

$$\delta_{M_{ci}} = \frac{L_i}{6E_i I_{ci}} \{M_{cij}(2M_{0cij} + M_{0cji}) + M_{cji}(M_{0cij} + 2M_{0cji})\} \quad (5.3.2)$$

断面軸の倒れを考慮した b 軸回りの曲げモーメントによるもの

$$\delta_{M'_{bi}} = \frac{L_i}{6E_i I_{bi}} \{M_{bij}(2M'_{0bij} + M'_{0bji}) + M_{bji}(M'_{0bij} + 2M'_{0bji})\} \quad (5.4.1)$$

断面軸の倒れを考慮した c 軸回りの曲げモーメントによるもの

$$\delta_{M'_{ci}} = \frac{L_i}{6E_i I_{ci}} \{M_{cij}(2M'_{0cij} + M'_{0cji}) + M_{cji}(M'_{0cij} + 2M'_{0cji})\} \quad (5.4.2)$$

b 軸回りの付加曲げモーメントによるもの

$$\delta_{f'_{M_{bi}}} = \frac{L_i}{3E_i I_{bi}} f'_{M_{bi}} (M'_{0bij} + M'_{0bji}) \quad (5.5.1)$$

c 軸回りの付加曲げモーメントによるもの

$$\delta_{f'_{M_{ci}}} = \frac{L_i}{3E_i I_{ci}} f'_{M_{ci}} \cdot M'_{0cji} (M'_{0cij} + M'_{0cji}) \quad (5.5.2)$$

一様温度上昇によるもの

$$\delta_{N_{ti}} = \alpha_i t_i N_{0i} L_i \quad (5.6)$$

ブロックの部材軸 b 方向の温度変化によるもの

$$\delta_{\Delta M_{bi}} = \frac{\alpha_i \Delta t_{ci} (M'_{0bij} + M'_{0bji}) L_i}{2h_{ci}} \quad (5.7.1)$$

ブロックの部材軸 c 方向の温度変化によるもの

$$\delta_{\Delta M_{ci}} = \frac{\alpha_i \Delta t_{bi} (M'_{0cij} + M'_{0cji}) L_i}{2h_{bi}} \quad (5.7.2)$$

式(5.4.1)以下を計算するための断面軸の回転を考慮すると

$$M'_{0bij} = -M_{0cij} \cdot \sin \theta_i + M_{0bji} \cdot \cos \theta_i$$

$$M'_{0cij} = M_{0cij} \cdot \cos \theta_i + M_{0bji} \cdot \sin \theta_i$$

$$M'_{0bji} = -M_{0cji} \cdot \sin \theta_i + M_{0bji} \cdot \cos \theta_i$$

$$M'_{0cji} = M_{0cji} \cdot \cos \theta_i + M_{0bji} \cdot \sin \theta_i \quad (5.8)$$

式(5.5.1)、(5.5.2)を計算するための検算対象構造の等分布荷重による部材中央値の増分および断面軸の回転を考慮すると

$$f_{Mbi} = \frac{(Z_j - Z_i)^2 + L_{ixy}^2}{8L_i L_{ixy}} \{W_{ix} L_{iyz} (Y_j - Y_i) - W_{iy} L_{ixz} (X_j - X_i)\} \quad (5.9.1)$$

$$f_{Mci} = \frac{W_{ix} L_{iyz}}{8L_{ixy}} (Z_j - Z_i)(X_j - X_i) + \frac{W_{iy} L_{ixz}}{8L_{ixy}} (Z_j - Z_i)(Y_j - Y_i) - \frac{W_{iz} L_{ixy}^2}{8} \quad (5.9.2)$$

$$\begin{aligned} f'_{Mbi} &= -f_{Mci} \cdot \sin \theta_i + f_{Mbi} \cdot \cos \theta_i \\ f'_{Mci} &= f_{Mci} \cdot \cos \theta_i + f_{Mbi} \cdot \sin \theta_j \end{aligned} \quad (5.10)$$

部材長および部材の投影長

$$\begin{aligned} L_i &= \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \\ L_{ixy} &= \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \\ L_{ixz} &= \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \\ L_{iyz} &= \sqrt{(Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \end{aligned} \quad (5.11)$$

5.1.2 部材 j (節点 j ~ k 間) について

部材 i のそれぞれの式において添字 i, j を j, k に代える

5.1.3 部材 k (節点 k ~ n 間) {図-3は節点 j ~ n 間} について

部材 i のそれぞれの式において添字 i, j を k, n {J, n} に代える

5.2 還元定理を利用した3節点および2節点ブロックの検算式

曲げとねじりに抵抗する立体構造は3節点(2部材)、および2節点(1部材)の場合もある。この場合ブロックはZ方向の仮想荷重だけではつり合うことはないので、別の種類の仮想荷重が必要になる。すなわち検算対象構造の解析結果にZ方向以外の変位も必要になる。**5.1**に対して節点数、部材数は異なるが部材の検算変位量は変わらない。ただし、**5.1**の式(3)は修正されるので**6** 検算シートの計算式の各ブロックの中で追記する。

6 検算シートの計算式

ブロックの仮想荷重(検算シートでは係数と表示する)および断面力が求めれば検算対象構造の数値は既知であるので、**5**によって検算できる。よって設定したブロックごとに仮想荷重と断面力について、Z方向の変位のみで検算できるもっとも実用的なブロックで説明し、他の場合は補足または式の変換(**4.1** 検算シートの変換 参照)などで対応する。

6.1 立体連続4節点ブロック 図-2 (検算シート記号C4Z、C4Zs)

5.1を適用しZ方向の節点集中荷重のみでつり合う荷重群を考える。ここで節点jの仮想荷重を1とすればすべての節点の荷重(係数)は決まり、ブロックの断面力も静定構造であるので解析的に計算できる。すなわち、**図-2**の節点i, k, nをZ方向に拘束した構

造の節点 j に Z 方向の荷重 1 が作用したときの反力および断面力を計算することになる。

6.1.1 節点の Z 方向の仮想荷重

$$P_{zi} = -1 - P_{zk} - P_{zn}$$

$$P_{zj} = 1$$

$$P_{zk} = \frac{-(X_j - X_i)(Y_n - Y_i) + (Y_j - Y_i)(X_n - X_i)}{(X_k - X_i)(Y_n - Y_i) - (Y_k - Y_i)(X_n - X_i)} \quad (6.1.1)$$

$$P_{zn} = \frac{(X_j - X_i)(Y_k - Y_i) + (Y_j - Y_i)(X_k - X_i)}{(X_k - X_i)(Y_n - Y_i) - (Y_k - Y_i)(X_n - X_i)}$$

6.1.2 ブロックの断面力（表示のない断面力はすべて 0）

1) 部材 i（節点 i ~ j 間）

$$N_{0i} = \frac{-P_{zi}(Z_j - Z_i)}{L_i}$$

$$M_{0cji} = P_{zi} L_{ixy} \quad (6.1.2)$$

2) 部材 j（節点 j ~ k 間）

$$N_{0jk} = N_{0j} = \frac{-(P_{zi} + P_{zj})(Z_k - Z_j)}{L_j}$$

$$T_{0jk} = T_{0j} = \frac{P_{zi}}{L_j} \{(X_k - X_j)(Y_j - Y_i) - (Y_k - Y_j)(X_j - X_i)\}$$

$$M_{0bjk} = \frac{P_{zi}}{L_j L_{jxy}} (Z_k - Z_j) \{-(X_k - X_j)(Y_j - Y_i) + (Y_k - Y_j)(X_j - X_i)\}$$

$$M_{0cjk} = \frac{P_{zi}}{L_{jxy}} \{(X_k - X_j)(Y_j - Y_i) + (Y_k - Y_j)(X_j - X_i)\} \quad (6.1.3)$$

$$M_{0bkj} = M_{0bjk}$$

$$M_{0ckj} = \frac{P_{zn}}{L_{jxy}} \{(X_k - X_j)(X_n - X_k) + (Y_k - Y_j)(Y_n - Y_k)\}$$

3) 部材 k（節点 k ~ n 間）

$$N_{0kn} = N_{0k} = \frac{-P_{zn}(Z_k - Z_n)}{L_k}$$

$$M_{0ckn} = P_{zn} L_{kxy} \quad (6.1.4)$$

6.2 立体分岐 4 節点ブロック 図—3（検算シート記号 B 4 Z、B 4 Z s）

ねじり剛性がない部材で構成されたブロックを想定し 5.1 を適用する。

6.2.1 節点の Z 方向の仮想荷重

6.1.1 式(6.1.1)と同様

6.2.2 ブロックの断面力（表示のない断面力はすべて 0）

1) 部材 i（節点 i ~ j 間）

$$N_{0ij} = N_{0i} = \frac{-P_{zi}(Z_j - Z_i)}{L_i}$$

$$M_{0cji} = P_{zi} L_{ixy} \quad (6.2.1)$$

2) 部材 j (節点 j ~ k 間)

$$N_{0jk} = N_{0j} = \frac{-P_{zk}(Z_j - Z_k)}{L_j}$$

$$M_{0cjk} = P_{zk} L_{jxy} \quad (6.2.2)$$

3) 部材 k (節点 j ~ n 間) (k ~ n でないので注意)

$$N_{0jn} = N_{0k} = \frac{-P_{zn}(Z_j - Z_n)}{L_k}$$

$$M_{0cjn} = P_{zn} L_{kxy} \quad (6.2.3)$$

6.3 立体トラス 4 節点ブロック 図-4 (検算シート記号 T 4 Z s)

トラス部材で構成されたブロックを想定し 5.1 を適用する。

6.3.1 節点の Z 方向の仮想荷重

6.1.1 式(6.1.1)と同様

6.3.2 ブロックの断面力 (断面力は軸力のみ)

ブロック内の 6 部材の軸力は節点 i, j, k のそれぞれの力のつり合いから次式として求められる。

1) 節点 i のつり合い

$$\begin{Bmatrix} N_{0ij} \\ N_{0ik} \\ N_{0in} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_i - X_j}{L_{ij}}, \frac{X_i - X_k}{L_{ik}}, \frac{X_i - X_n}{L_{in}} \\ \frac{Y_i - Y_j}{L_{ij}}, \frac{Y_i - Y_k}{L_{ik}}, \frac{Y_i - Y_n}{L_{in}} \\ \frac{Z_i - Z_j}{L_{ij}}, \frac{Z_i - Z_k}{L_{ik}}, \frac{Z_i - Z_n}{L_{in}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{zi} \end{Bmatrix} \quad (6.3.1)$$

2) 節点 j のつり合い

$$\begin{Bmatrix} N_{0ij} \\ N_{0jk} \\ N_{0jn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_j - X_i}{L_{ij}}, \frac{X_j - X_k}{L_{jk}}, \frac{X_j - X_n}{L_{jn}} \\ \frac{Y_j - Y_i}{L_{ij}}, \frac{Y_j - Y_k}{L_{jk}}, \frac{Y_j - Y_n}{L_{jn}} \\ \frac{Z_j - Z_i}{L_{ij}}, \frac{Z_j - Z_k}{L_{jk}}, \frac{Z_j - Z_n}{L_{jn}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{zj} \end{Bmatrix} \quad (6.3.2)$$

3) 節点 k のつり合い

$$\begin{Bmatrix} N_{0ik} \\ N_{0jk} \\ N_{0kn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_k - X_i}{L_{ik}}, \frac{X_k - X_j}{L_{jk}}, \frac{X_k - X_n}{L_{kn}} \\ \frac{Y_k - Y_i}{L_{ik}}, \frac{Y_i - Y_k}{L_{jk}}, \frac{Y_k - Y_n}{L_{kn}} \\ \frac{Z_k - Z_i}{L_{ik}}, \frac{Z_k - Z_j}{L_{jk}}, \frac{Z_k - Z_n}{L_{kn}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{zk} \end{Bmatrix} \quad (6.3.3)$$

6.4 立体連続3節点ブロック (図—8) (検算シート記号C3Z、C3Zs)

5.2 を適用し式 (3) を修正する。

6.4.1 節点のZ方向の仮想荷重と節点 i のX軸まわりのモーメント仮想荷重

$$P_{zi} = -1 - P_{zk}$$

$$P_{zj} = 1$$

$$P_{zk} = -\frac{(X_j - X_i)}{(X_k - X_i)} \quad (6.4.1)$$

$$m_{xi} = -(Y_k - Y_i)P_{zk} - (Y_j - Y_i)$$

6.4.2 検算変位置量式 (3) の修正

$$\Sigma \delta_z = \delta_{zi} P_{zi} + \delta_{zj} P_{zj} + \delta_{zk} P_{zk} + \phi_{xi} m_{xi} \quad (3a) \quad (6.4.2)$$

6.4.3 ブロックの断面力 (表示のない断面力はすべて0)

1) 部材 i (節点 i ~ j 間)

$$N_{0ij} = N_{0i} = \frac{-P_{zi}(Z_j - Z_i)}{L_i}$$

$$T_{0ij} = T_{0i} = -\frac{m_{xi}}{L_i}(X_j - X_i)$$

$$M_{0bij} = -\frac{m_{xi}}{L_i L_{ixy}}(X_j - X_i)(Z_j - Z_i)$$

$$M_{0bji} = M_{0bij}$$

$$M_{0cij} = -\frac{m_{xi}}{L_{ixy}}(Y_j - Y_i)$$

$$M_{0cji} = M_{0cij} + P_{zi} L_{ixy} \quad (6.4.3)$$

2) 部材 j (節点 j ~ k 間)

$$N_{0jk} = N_{0j} = \frac{P_{zk}(Z_k - Z_j)}{L_j}$$

$$M_{0cjk} = P_{zk} L_{jxy} \quad (6.4.4)$$

6.5 立体2節点ブロック (図—9) (検算シート記号C2Z、C2Zs)

5.2 を適用し式 (3) を修正する。

6.5.1 節点の Z 方向の仮想荷重と節点 i の X 軸、Y 軸まわりのモーメント仮想荷重

$$\begin{aligned} P_{zi} &= -1 \\ P_{zj} &= 1 \\ m_{xi} &= -(Y_j - Y_i) \\ m_{yi} &= X_j - X_i \end{aligned} \quad (6.5.1)$$

6.5.2 検算変位量式 (3) の修正

$$\Sigma \delta_z = \delta_{zi} P_{zi} + \phi_{xi} m_{xi} + \phi_{yi} m_{yi} \quad (3b) \quad (6.5.2)$$

6.5.3 ブロックの断面力 (表示のない断面力はすべて 0)

1) 部材 i (節点 i ~ j 間)

$$\begin{aligned} N_{0ij} = N_{0i} &= \frac{(Z_j - Z_i)}{L_i} \\ M_{0cij} &= L_{ixy} \end{aligned} \quad (6.5.3)$$

6.6.2 節点トラスブロック (図—10) (検算シート記号 T 2 Z)

5.2 を適用し式 (3) を修正する。

トラスブロックが 2 節点の場合は Z 方向だけの仮想荷重ではブロックはつり合わないの
で全方向の仮想荷重を考慮する。

6.6.1 節点の Z 方向の仮想荷重

$$\begin{aligned} P_{zi} &= -1 \\ P_{zj} &= 1 \\ P_{xi} &= -P_{xj} \\ P_{xj} &= \frac{X_j - X_i}{Z_j - Z_i} \\ P_{yi} &= -P_{yj} \\ P_{yj} &= \frac{Y_j - Y_i}{Z_j - Z_i} \end{aligned} \quad (6.6.1)$$

6.6.2 検算変位量式 (3) の修正

$$\Sigma \delta_z = \delta_{zi} \cdot P_{zi} \quad (3c) \quad (6.6.2)$$

6.6.3 ブロックの断面力 (軸力のみ)

1) 部材 i (節点 i ~ j 間)

$$N_{0ij} = \frac{1}{L_i} \{(X_j - X_i)P_{xj} + (Y_j - Y_i)P_{yj} + (Z_j - Z_i)\} \quad (6.6.3)$$

あとがき

本稿の検算法は任意の立体骨組構造の解析結果が得られているとき、検算対象構造全体に対して局所的な変位と断面力の関係に矛盾がないことを検算するものである。したがって、荷重と解析結果の関係が直接検算されていないことになるので、実用的な検算には従来から行われている外力と反力の検算と併用すべきである。

構造技術者が実際に検算を行なう場合、より身近なツールとして利用できるよう表計算ソフトでまとめた「検算シート」を直接提供するので、個々のパソコンに取込み利用されることを期待する。

参考文献

- 1) 安藤、中川：骨組構造解析結果のブロック検算、橋梁と基礎、 pp.41～49 (1999.1)
- 2) 荒井、松浦：応用力学、技報堂、pp.174～181 (1993.9)
- 3) 成岡：構造力学要論、丸善、 pp.273～238 (1974.6)